



Name: _____

Abiturprüfung 2008

Mathematik, Leistungskurs

Aufgabenstellung:

Der deutsche Basketball-Profi Dirk Nowitzki spielt in der amerikanischen Profiliga NBA beim Club Dallas Mavericks. In der Saison 2006/2007 erzielte er bei Freiwürfen eine Trefferquote von 90,4 %.

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass er
- (1) genau 8 Treffer bei 10 Versuchen erzielt,
 - (2) höchstens 8 Treffer bei 10 Versuchen erzielt,
 - (3) höchstens vier Mal nacheinander bei Freiwürfen erfolgreich ist. (12 Punkte)

- b) Bei Heimspielen hatte er eine Freiwurfbilanz von 267 Treffern bei 288 Versuchen, bei Auswärtsspielen lag die Quote bei 231:263. Ein Sportreporter berichtet, dass Dirk Nowitzki auswärts eine deutlich schwächere Freiwurfquote habe.

Untersuchen Sie auf einem Signifikanzniveau von 5 %, ob die Trefferanzahl bei Auswärtsspielen

- (1) *signifikant unter dem Erwartungswert für Heim- und Auswärtsspiele liegt,*
- (2) *signifikant unter dem Erwartungswert für Heimspiele liegt.* (10 Punkte)

(Hinweis: Für eine binomialverteilte Zufallsgröße X mit Standardabweichung $\sigma > 3$ gilt näherungsweise $P(X \geq \mu - 1,64\sigma) \approx 0,95$.)



Name: _____

- c) In der Vorbereitung zur nachfolgenden Saison vermutet der Trainer, dass die Quote seines Schützlings gesunken ist. Bevor er mit dieser Vermutung an die Öffentlichkeit geht, möchte er aber anhand der ersten 50 Freiwürfe in der neuen Saison überprüfen, ob diese Aussage auf einem Signifikanzniveau von 10 % gesichert ist.

Bestimmen Sie eine Entscheidungsregel. Gehen Sie dabei von der gerundeten (Vorjahres-)Trefferquote von 90 % aus. (10 Punkte)

- d) Dirk Nowitzki bestritt 41 Heim- und 37 Auswärtsspiele mit den bei b) gegebenen Trefferbilanzen. Es sei bekannt, dass er in einem Spiel der Saison 10 von 10 Freiwürfen getroffen hat.

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es sich bei diesem Spiel um ein Heimspiel handelte. (8 Punkte)

- e) Es wird nun allgemein ein Spieler betrachtet, der einen Freiwurf mit der Wahrscheinlichkeit p trifft. Ganz am Ende eines Spieles kann es zu der Situation kommen, dass der Spieler noch 2 Freiwürfe erhält und das Spiel unmittelbar danach beendet ist. Für einen verwandelten Freiwurf erhält die Mannschaft einen Punkt.

(1) *Beurteilen Sie in Abhängigkeit des vorherigen Spielstandes die Siegchancen für die Mannschaft des Spielers, der die letzten 2 Freiwürfe erhält. Gehen Sie dabei davon aus, dass im Fall eines Unentschiedens in der folgenden Verlängerung die Siegchance für beide Mannschaften 50 % beträgt. Geben Sie für die einzelnen Fälle die Wahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit von p an.*

(2) *Vor den beiden letzten Freiwürfen sei Gleichstand. Bestimmen Sie p so, dass die Gewinnwahrscheinlichkeit für die Mannschaft des werfenden Spielers mindestens 99,5 % beträgt. (10 Punkte)*

Zugelassene Hilfsmittel:

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung



Name: _____

Tabelle 1: Kumulierte Binomialverteilung für $n = 10$ und $n = 20$

$$F(n; p; k) = B(n; p; 0) + \dots + B(n; p; k) = \binom{n}{0} p^0 (1-p)^{n-0} + \dots + \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

		p										
n	k	0,02	0,05	0,1	0,2	0,25	0,3	0,5		n		
10	0	0,8171	0,5987	0,3487	0,1074	0,0563	0,0282	0,0010	9	10		
	1	0,9838	0,9139	0,7361	0,3758	0,2440	0,1493	0,0107	8			
	2	0,9991	0,9885	0,9298	0,6778	0,5256	0,3828	0,0547	7			
	3		0,9990	0,9872	0,8791	0,7759	0,6496	0,1719	6			
	4		0,9999	0,9984	0,9672	0,9219	0,8497	0,3770	5			
	5			0,9999	0,9936	0,9803	0,9527	0,6230	4			
	6				0,9991	0,9965	0,9894	0,8281	3			
	7				0,9999	0,9996	0,9984	0,9453	2			
	8		Nicht aufgeführte Werte sind (auf 4 Dez.) 1,0000						0,9999		0,9893	1
	9							0,9990	0			
20	0	0,6676	0,3585	0,1216	0,0115	0,0032	0,0008	0,0000	19	20		
	1	0,9401	0,7358	0,3917	0,0692	0,0243	0,0076	0,0000	18			
	2	0,9929	0,9245	0,6769	0,2061	0,0913	0,0355	0,0002	17			
	3	0,9994	0,9841	0,8670	0,4114	0,2252	0,1071	0,0013	16			
	4		0,9974	0,9568	0,6296	0,4148	0,2375	0,0059	15			
	5		0,9997	0,9887	0,8042	0,6172	0,4164	0,0207	14			
	6			0,9976	0,9133	0,7858	0,6080	0,0577	13			
	7			0,9996	0,9679	0,8982	0,7723	0,1316	12			
	8			0,9999	0,9900	0,9591	0,8867	0,2517	11			
	9				0,9974	0,9861	0,9520	0,4119	10			
	10				0,9994	0,9961	0,9829	0,5881	9			
	11				0,9999	0,9991	0,9949	0,7483	8			
	12					0,9998	0,9987	0,8684	7			
	13						0,9997	0,9423	6			
	14							0,9793	5			
	15							0,9941	4			
	16		Nicht aufgeführte Werte sind (auf 4 Dez.) 1,0000						0,9987		3	
	17							0,9998	2			
n		0,98	0,95	0,9	0,8	0,75	0,7	0,5	k	n		

Bei grau unterlegtem Eingang, d. h. $p \geq 0,5$, gilt: $F(n; p; k) = 1 -$ abgelesener Wert .



Name: _____

Tabelle 2: Kumulierte Binomialverteilung für $n = 50$

$$F(n; p; k) = B(n; p; 0) + \dots + B(n; p; k) = \binom{n}{0} p^0 (1-p)^{n-0} + \dots + \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

n	k	p								n	n
		0,02	0,05	0,1	0,2	0,25	0,3	0,4	0,5		
50	0	0,3642	0,0769	0,0052	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	49	50
	1	0,7358	0,2794	0,0338	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	48	
	2	0,9216	0,5405	0,1117	0,0013	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	47	
	3	0,9822	0,7604	0,2503	0,0057	0,0005	0,0000	0,0000	0,0000	46	
	4	0,9968	0,8964	0,4312	0,0185	0,0021	0,0002	0,0000	0,0000	45	
	5	0,9995	0,9622	0,6161	0,0480	0,0070	0,0007	0,0000	0,0000	44	
	6	0,9999	0,9882	0,7702	0,1034	0,0194	0,0025	0,0000	0,0000	43	
	7		0,9968	0,8779	0,1904	0,0453	0,0073	0,0001	0,0000	42	
	8		0,9992	0,9421	0,3073	0,0916	0,0183	0,0002	0,0000	41	
	9		0,9998	0,9755	0,4437	0,1637	0,0402	0,0008	0,0000	40	
	10			0,9906	0,5836	0,2622	0,0789	0,0022	0,0000	39	
	11			0,9968	0,7107	0,3816	0,1390	0,0057	0,0000	38	
	12			0,9990	0,8139	0,5110	0,2229	0,0133	0,0002	37	
	13			0,9997	0,8894	0,6370	0,3279	0,0280	0,0005	36	
	14			0,9999	0,9393	0,7481	0,4468	0,0540	0,0013	35	
	15				0,9692	0,8369	0,5692	0,0955	0,0033	34	
	16				0,9856	0,9017	0,6839	0,1561	0,0077	33	
	17				0,9937	0,9449	0,7822	0,2369	0,0164	32	
	18				0,9975	0,9713	0,8594	0,3356	0,0325	31	
	19				0,9991	0,9861	0,9152	0,4465	0,0595	30	
	20				0,9997	0,9937	0,9522	0,5610	0,1013	29	
	21				0,9999	0,9974	0,9749	0,6701	0,1611	28	
	22					0,9990	0,9877	0,7660	0,2399	27	
	23					0,9996	0,9944	0,8438	0,3359	26	
	24					0,9999	0,9976	0,9022	0,4439	25	
	25						0,9991	0,9427	0,5561	24	
	26						0,9997	0,9686	0,6641	23	
	27						0,9999	0,9840	0,7601	22	
	28							0,9924	0,8389	21	
	29							0,9966	0,8987	20	
	30							0,9986	0,9405	19	
	31							0,9995	0,9675	18	
	32							0,9998	0,9836	17	
	33							0,9999	0,9923	16	
	34								0,9967	15	
	35								0,9987	14	
	36								0,9995	13	
37								0,9998	12		
n		0,98	0,95	0,9	0,8	0,75	0,7	0,6	0,5	k	n

Bei grau unterlegtem Eingang, d. h. $p \geq 0,5$, gilt: $F(n; p; k) = 1 -$ abgelesener Wert .



Name: _____

Tabelle 3: Kumulierte Binomialverteilung für $n = 100$

$$F(n; p; k) = B(n; p; 0) + \dots + B(n; p; k) = \binom{n}{0} p^0 (1-p)^{n-0} + \dots + \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

n	k	p						n	
		0,02	0,05	0,1	0,2	0,25	0,3		0,5
	0	0,1326	0,0059	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	99
	1	0,4033	0,0371	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	98
	2	0,6767	0,1183	0,0019	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	97
	3	0,8590	0,2578	0,0078	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	96
	4	0,9492	0,4360	0,0237	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	95
	5	0,9845	0,6160	0,0576	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	94
	6	0,9959	0,7660	0,1172	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	93
	7	0,9991	0,8720	0,2061	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000	92
	8	0,9998	0,9369	0,3209	0,0009	0,0000	0,0000	0,0000	91
	9		0,9718	0,4513	0,0023	0,0000	0,0000	0,0000	90
	10		0,9885	0,5832	0,0057	0,0001	0,0000	0,0000	89
	11		0,9957	0,7030	0,0126	0,0004	0,0000	0,0000	88
	12		0,9985	0,8018	0,0253	0,0010	0,0000	0,0000	87
	13		0,9995	0,8761	0,0469	0,0025	0,0001	0,0000	86
	14		0,9999	0,9274	0,0804	0,0054	0,0002	0,0000	85
	15			0,9601	0,1285	0,0111	0,0004	0,0000	84
	16			0,9794	0,1923	0,0211	0,0010	0,0000	83
	17			0,9900	0,2712	0,0376	0,0022	0,0000	82
	18			0,9954	0,3621	0,0630	0,0045	0,0000	81
	19			0,9980	0,4602	0,0995	0,0089	0,0000	80
	20			0,9992	0,5595	0,1488	0,0165	0,0000	79
	21			0,9997	0,6540	0,2114	0,0288	0,0000	78
	22			0,9999	0,7389	0,2864	0,0479	0,0000	77
	23				0,8109	0,3711	0,0755	0,0000	76
	24				0,8686	0,4617	0,1136	0,0000	75
	25				0,9125	0,5535	0,1631	0,0000	74
	26				0,9442	0,6417	0,2244	0,0000	73
	27				0,9658	0,7224	0,2964	0,0000	72
	28				0,9800	0,7925	0,3768	0,0000	71
	29				0,9888	0,8505	0,4623	0,0000	70
	30				0,9939	0,8962	0,5491	0,0000	69
	31				0,9969	0,9307	0,6331	0,0001	68
	32				0,9984	0,9554	0,7107	0,0002	67
	33				0,9993	0,9724	0,7793	0,0004	66
	34				0,9997	0,9836	0,8371	0,0009	65
	35				0,9999	0,9906	0,8839	0,0018	64
	36				0,9999	0,9948	0,9201	0,0033	63
	37					0,9973	0,9470	0,0060	62
	38					0,9986	0,9660	0,0105	61
	39					0,9993	0,9790	0,0176	60
	40					0,9997	0,9875	0,0284	59
	41					0,9999	0,9928	0,0443	58
	42					0,9999	0,9960	0,0666	57
	43						0,9979	0,0967	56
	44						0,9989	0,1356	55
	45						0,9995	0,1841	54
	46						0,9997	0,2421	53
	47						0,9999	0,3086	52
	48						0,9999	0,3822	51
	49							0,4602	50
	50							0,5398	49
	51							0,6178	48
	52							0,6914	47
	53							0,7579	46
	54							0,8159	45
	55							0,8644	44
	56							0,9033	43
	57							0,9334	42
	58							0,9557	41
	59							0,9716	40
	60							0,9824	39
	61							0,9895	38
	62							0,9940	37
	63							0,9967	36
	64							0,9982	35
	65							0,9991	34
	66							0,9996	33
	67							0,9998	32
	68							0,9999	31
		0,98	0,95	0,9	0,8	0,75	0,7	0,5	
		p							

Nicht aufgeführte Werte sind (auf 4 Dez.) 1,0000

Bei grau unterlegtem Eingang, d. h. $p \geq 0,5$, gilt: $F(n; p; k) = 1 -$ abgelesener Wert .



Name: _____

Tabelle 4: Kumulierte Binomialverteilung für $n = 200$ und $n = 300$

$$F(n; p; k) = B(n; p; 0) + \dots + B(n; p; k) = \binom{n}{0} p^0 (1-p)^{n-0} + \dots + \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

n = 200			
k	p		
	0,2	0,25	
19	0,0000	0,0000	180
20	0,0001	0,0000	179
21	0,0002	0,0000	178
22	0,0005	0,0000	177
23	0,0010	0,0000	176
24	0,0020	0,0000	175
25	0,0036	0,0000	174
26	0,0064	0,0000	173
27	0,0110	0,0000	172
28	0,0179	0,0001	171
29	0,0283	0,0002	170
30	0,0430	0,0004	169
31	0,0632	0,0008	168
32	0,0899	0,0014	167
33	0,1239	0,0026	166
34	0,1656	0,0044	165
35	0,2151	0,0073	164
36	0,2717	0,0117	163
37	0,3345	0,0182	162
38	0,4019	0,0276	161
39	0,4718	0,0405	160
40	0,5422	0,0578	159
41	0,6108	0,0804	158
42	0,6758	0,1089	157
43	0,7355	0,1438	156
44	0,7887	0,1852	155
45	0,8349	0,2332	154
46	0,8738	0,2870	153
47	0,9056	0,3458	152
48	0,9310	0,4083	151
49	0,9506	0,4729	150
50	0,9655	0,5379	149
51	0,9764	0,6017	148
52	0,9843	0,6626	147
53	0,9897	0,7192	146
54	0,9934	0,7707	145
55	0,9959	0,8162	144
56	0,9975	0,8555	143
57	0,9985	0,8885	142
58	0,9991	0,9157	141
59	0,9995	0,9375	140
60	0,9997	0,9546	139
61	0,9998	0,9677	138
62	0,9999	0,9774	137

63	1,0000	0,9846	136
64	1,0000	0,9897	135
65	1,0000	0,9932	134
66	1,0000	0,9956	133
67	1,0000	0,9972	132
68	1,0000	0,9983	131
69	1,0000	0,9990	130
70	1,0000	0,9994	129
71	1,0000	0,9996	128
72	1,0000	0,9998	127
73	1,0000	0,9999	126
74	1,0000	0,9999	125
75	1,0000	1,0000	124

n = 300			
k	p		
	0,2	0,25	
34	0,0000	0,0000	265
35	0,0001	0,0000	264
36	0,0002	0,0000	263
37	0,0003	0,0000	262
38	0,0006	0,0000	261
39	0,0010	0,0000	260
40	0,0017	0,0000	259
41	0,0028	0,0000	258
42	0,0044	0,0000	257
43	0,0069	0,0000	256
44	0,0106	0,0000	255
45	0,0158	0,0000	254
46	0,0230	0,0000	253
47	0,0328	0,0001	252
48	0,0457	0,0001	251
49	0,0622	0,0002	250
50	0,0830	0,0003	249
51	0,1084	0,0006	248
52	0,1388	0,0009	247
53	0,1745	0,0015	246
54	0,2152	0,0024	245
55	0,2607	0,0037	244
56	0,3106	0,0057	243
57	0,3639	0,0084	242
58	0,4197	0,0123	241
59	0,4770	0,0175	240
60	0,5345	0,0246	239
61	0,5910	0,0338	238
62	0,6455	0,0456	237

63	0,6970	0,0606	236
64	0,7447	0,0790	235
65	0,7879	0,1013	234
66	0,8264	0,1278	233
67	0,8600	0,1586	232
68	0,8888	0,1938	231
69	0,9131	0,2333	230
70	0,9330	0,2767	229
71	0,9492	0,3235	228
72	0,9621	0,3732	227
73	0,9721	0,4250	226
74	0,9798	0,4778	225
75	0,9856	0,5310	224
76	0,9899	0,5834	223
77	0,9930	0,6342	222
78	0,9953	0,6827	221
79	0,9968	0,7281	220
80	0,9979	0,7699	219
81	0,9986	0,8077	218
82	0,9991	0,8414	217
83	0,9995	0,8709	216
84	0,9997	0,8963	215
85	0,9998	0,9178	214
86	0,9999	0,9357	213
87	0,9999	0,9504	212
88	1,0000	0,9623	211
89	1,0000	0,9717	210
90	1,0000	0,9790	209
91	1,0000	0,9847	208
92	1,0000	0,9890	207
93	1,0000	0,9922	206
94	1,0000	0,9945	205
95	1,0000	0,9962	204
96	1,0000	0,9974	203
97	1,0000	0,9983	202
98	1,0000	0,9989	201
99	1,0000	0,9993	200
100	1,0000	0,9995	199
101	1,0000	0,9997	198
102	1,0000	0,9998	197
103	1,0000	0,9999	196
104	1,0000	0,9999	195
105	1,0000	1,0000	194

p		k
0,8	0,75	

Bei grau unterlegtem Eingang, d. h. $p \geq 0,5$, gilt: $F(n; p; k) = 1 -$ abgelesener Wert .



Name: _____

Tabelle 5: Normalverteilung

$$\phi(z) = 0, \dots$$

$$\phi(-z) = 1 - \phi(z)$$

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5279	5319	5359
0,1	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5753
0,2	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103	6141
0,3	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480	6517
0,4	6554	6591	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879
0,5	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224
0,6	7257	7291	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7517	7549
0,7	7580	7611	7642	7673	7704	7734	7764	7794	7823	7852
0,8	7881	7910	7939	7967	7995	8023	8051	8078	8106	8133
0,9	8159	8186	8212	8238	8264	8289	8315	8340	8365	8389
1,0	8413	8438	8461	8485	8508	8531	8554	8577	8599	8621
1,1	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810	8830
1,2	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8980	8997	9015
1,3	9032	9049	9066	9082	9099	9115	9131	9147	9162	9177
1,4	9192	9207	9222	9236	9251	9265	9279	9292	9306	9319
1,5	9332	9345	9357	9370	9382	9394	9406	9418	9429	9441
1,6	9452	9463	9474	9484	9495	9505	9515	9525	9535	9545
1,7	9554	9564	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625	9633
1,8	9641	9649	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9699	9706
1,9	9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9761	9767
2,0	9772	9778	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9817
2,1	9821	9826	9830	9834	9838	9842	9846	9850	9854	9857
2,2	9861	9864	9868	9871	9875	9878	9881	9884	9887	9890
2,3	9893	9896	9898	9901	9904	9906	9909	9911	9913	9916
2,4	9918	9920	9922	9925	9927	9929	9931	9932	9934	9936
2,5	9938	9940	9941	9943	9945	9946	9948	9949	9951	9952
2,6	9953	9955	9956	9957	9959	9960	9961	9962	9963	9964
2,7	9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972	9973	9974
2,8	9974	9975	9976	9977	9977	9978	9979	9979	9980	9981
2,9	9981	9982	9982	9983	9984	9984	9985	9985	9986	9986
3,0	9987	9987	9987	9988	9988	9989	9989	9989	9990	9990
3,1	9990	9991	9991	9991	9992	9992	9992	9992	9993	9993
3,2	9993	9993	9994	9994	9994	9994	9994	9995	9995	9995
3,3	9995	9995	9995	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9997
3,4	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9998
3,5	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998
3,6	9998	9998	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999
3,7	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999
3,8	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999

Beispiele für den Gebrauch:

$$\phi(2,32) = 0,9898$$

$$\phi(z) = 0,994 \Rightarrow z = 2,51$$

$$\phi(-0,9) = 1 - \phi(0,9) = 0,1841$$